2018 年 8 月実施　埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程 機械科学系専攻
入試問題（必修問題）

1

(1)　次の関数を微分し，導関数 y'を求めよ．(Derive the following function and find the derivative y' .)

(a)　$y = x^2 \cdot \sin x$

(b)　$y = \dfrac{\sin x}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 x + b^2 \cdot \sin^2 x}}$　ただし，a，b は定数（a, b are constants.）

(2)　次の関数の極限 T を求めよ．（Find the limit T of the following function.）

$$T = \lim_{x \to 0} \frac{x}{\tan^{-1} 2x}$$

(3)　次の関数の不定積分 I を求めよ．（Find the indefinite integral I of the following function.）

$$I = \int \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} \mathrm{d}x$$

(4)　次の式で示す曲線 C と x 軸, y 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ.（Find the area S of the figure surrounded by the x, y-axes and the curve C represented by the following formula.）

曲線 C（Curve C）: $\begin{cases} x = \cos^4 \theta \\ y = \sin^4 \theta \end{cases} \quad \left(0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}\right)$

2

(1)　つぎの行列 $\mathbf{A}$ について考える．（Consider the following matrix $\mathbf{A}$.）

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ を求めよ．（Find the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$.）

(2)　つぎの行列 $\mathbf{A}$ について考える．（Consider the following matrix $\mathbf{A}$.）

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(a)　$\mathbf{A}$ の固有値 λ を全て求めよ．(Find the all eigenvalues λ of matrix $\mathbf{A}$.）

(b)　(a)で求めた固有値 λ に対応する固有ベクトルをすべて求めよ．（Find the all eigenvectors corresponding to the eigenvalues λ found in (a).）

(c)　行列 $\mathbf{A}$ に対して，$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ が対角行列となる行列 $\mathbf{P}$，および，行列 $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ を(b)で求めた固有ベクトルを用いて求めよ．（When $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ is diagonal matrix, find the matrix $\mathbf{P}$ and $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ using the eigenvectors found in (b).）

3

(1)　次の微分方程式について，一般解を求めよ．ただし，y は独立変数 x の関数で，その導関数を $y' = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ および $y'' = \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$ と表す．（Find the general solution of the following differential equations. y is a function of the independent variable x. The first and second derivatives are denoted by $y' = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ and $y'' = \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$, respectively.）

(a)　$y' + y\tan x = \sin 2x$

(b)　$y'' + y' - 2y = 3e^x$

(2)　次の微分方程式について，初期条件 $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ を満たす解を求めよ．ただし，x は独立変数 t の関数で，その導関数を $\dot{x} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ および $\ddot{x} = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$ と表す．（Find the solution of the following differential equations satisfying the initial condition $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. x is a function of the independent variable t. The first and second derivatives are denoted by $\dot{x} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ and $\ddot{x} = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$, respectively.）

(a)　$\ddot{x} = g - c\dot{x}^2 \quad (c > 0,\quad g > 0)$

(b)　$\ddot{x} + \omega^2 x = a\sin\omega_0 t \quad (a \neq 0,\quad \omega > 0,\quad \omega_0 > 0)$