2019 年 8 月実施　埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程 機械科学系専攻
入試問題（必修問題）

1

(1)　次の定積分を求めよ。（Find the following definite integral.）

(a)　$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\cos^2 x}\,dx$

(b)　$\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

(2)　次の関数を微分し, 導関数y'を求めよ.（Differentiate the following function and find the derivative y'.）

$$y = \log \frac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{2}x} \qquad (x<1)$$

(3)　次の式で示す曲線Cがある。（The curve C represented by the following formula.）

曲線 C（Curve C）： $y^2 = x^2(x+1)$

(a)　曲線 C を図示せよ。（Illustrate the curve C）

(b)　曲線の囲む面積Sを求めよ。（Find the area S surrounded by the curve C）

2

(1)　つぎの行列 $\boldsymbol{A}$ について考える．（Consider the following matrix $\boldsymbol{A}$.）

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ a & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a)　$a=-1$ のとき, 逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ をガウスジョルダン法を用いて求めなさい.

（Find the inverse matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$ when $a=-1$ with Gauss-Jordan method.）

(b)　$\boldsymbol{A}$ が逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ を持たないとき, a の値を求めなさい.（Find a when the inverse matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$ does not exist.）

(2)　つぎの行列 $\boldsymbol{A}$ について考える．（Consider the following matrix $\boldsymbol{A}$.）

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a)　$\boldsymbol{A}$ の固有値を全て求めなさい．（Find the all eigenvalues of matrix $\boldsymbol{A}$.）

(b)　$\boldsymbol{A}$ の固有ベクトルを全て求めなさい．（Find the all eigenvectors of matrix $\boldsymbol{A}$.）

3

以下の問いに答えなさい．ただし，y は独立変数 x の関数であり，その導関数を $y' = \dfrac{dy}{dx}$ および $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ と表す．（Solve the problems below. y is a function of the independent variable x. The first and second derivatives are denoted by $y' = \dfrac{dy}{dx}$ and $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$, respectively.）

(1)　次の微分方程式について，一般解を求めなさい．（Find the general solution of the following differential equations.）

(a)　$y' - y\tan x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

(b)　$y'' - 2y' + y = e^x \log x$

(2)　次の微分方程式について，初期条件 $y(1) = 1$ を満たす解を求めなさい．（Find the solution of the following differential equation satisfying the initial condition $y(1) = 1$.）

$$xyy' + y^2 + x^2 = 0 \quad (x \neq 0)$$

（問題は次ページに続く）
(The question continues to the next page.)

(3)　微分方程式 $f\left(xy\right) y\, dx + g\left(xy\right) x\, dy = 0$ について，次の各問いに答えなさい．

（Solve the following problems about the differential equation $f\left(xy\right) y\, dx + g\left(xy\right) x\, dy = 0$.）

(a)　与式は $xy = z$ と変換することで，解かれることを示しなさい．（Prove the given differential equation can be solved by using the conversion equation $xy = z$.）

(b)　この(a)の結果を用いて，微分方程式 $\left(1 + xy\right) y + \left(1 - xy\right) x\, y' = 0$ の一般解を求めなさい．（By use of this result (1), find the general solution of the differential equation $\left(1 + xy\right) y + \left(1 - xy\right) x\, y' = 0$.）