

- (1) 次の関数の 2 階の偏微分 $\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ を求めよ。(Answer the second derivative

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ of the following function.)

$$f(x, y) = \log(x + y^2)$$

- (2) 関数 $f(x, y) = \sin x + \cos y + \sin(x + y)$ について、 $|h|$ と $|k|$ は十分小さいとして、 $f\left(\frac{\pi}{3} + h, \frac{\pi}{3} + k\right)$ の 2 次近似式を求めよ。(For the function $f(x, y) = \sin x + \sin 2y + \sin(x + y)$, find a quadratic approximation of $f\left(\frac{\pi}{3} + h, \frac{\pi}{3} + k\right)$, where h and k are small enough.)

- (3) 次の関数で表される曲面について、点 $\left(1, 1, \frac{1}{2}\right)$ における接平面と法線を求めよ。

(Find the tangent plane and normal at the point $\left(1, 1, \frac{1}{2}\right)$ for the curved surface represented by the following function.)

$$z = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

- (4) 円柱 $x^2 + y^2 = 9$ と xy 平面および $x + z = 3$ で囲まれた立体の体積を重積分を用いて求めなさい。(Find the volume of the solid surrounded by the cylinder $x^2 + y^2 = 9$, xy plane and $x + z = 3$ using multiple integrals.)

2

(1) つぎの行列について考える。

(Consider the following matrix \mathbf{A} .)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -8 & 11 & 3 \\ 4 & -1 & 3 \\ -4 & 10 & 6 \end{bmatrix}$$

a) \mathbf{A} の固有値を全て求めなさい。

(Find the all eigenvalues of matrix \mathbf{A} .)

b) a)で求めた固有値 λ に対応する固有ベクトルをすべて求めなさい。すべての固有ベクトルの x 成分は1とする。

(Find the all eigenvectors corresponding to the eigenvalues found in a), when value of the all eigenvectors in x component is 1.)

(2) . つぎの空間上の3点 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ について考える。

(Consider the following three points $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$, and \mathbf{a}_3 .)

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

a) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が存在する平面 F の法線ベクトル $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ を求めよ。ただし $\|\mathbf{N}\| = 1$

かつ $N \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} > 0$ とする。

(Find the normal vector $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ of the plane F where the three points $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$, and \mathbf{a}_3 are

located, when $\|\mathbf{N}\| = 1$ and $N \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} > 0$.)

埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程 機械科学専攻 機械科学 PG
令和4年4月入学 第一次募集 (2021年9月実施) 入試問題 (必修問題)

この入試問題の使用は受験生に限ります。また、許諾なく複製、転載、転用すること、
および営利目的での使用などを行うことはできません。

b) 原点 $\mathbf{O} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ から平面 F までの距離 d を求めよ。

(Find the distance d from the origin $\mathbf{O} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ to the plane F.)

c) 3 つのベクトル $\mathbf{N}, \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_1$ からグラム・シュミットの正規直交化法を用いて正規直交基底 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ を求めよ。

(Find orthonormal basis $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ from the three vectors $\mathbf{N}, \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$, and $\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_1$ by means of the Gram-Schmidt orthonormalization.)

3

以下の問いに答えなさい。

ただし、 y は独立変数 x の関数であり、その導関数を $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ と表す。

(Solve the problems below. y is a function of the independent variable x . The first and second derivatives are denoted by $y' = \frac{dy}{dx}$ and $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$, respectively.)

(1) 次の微分方程式について、一般解を求めなさい。

(Find the general solution of the following differential equations.)

a) $y^2 - (4x^2 + xy)y' = 0$

b) $y'' - 9y = \sin(3x) + 3 \cos(3x)$

c) $y' + 2xy = 2x$

(2) 次の微分方程式について、初期条件 $y(1) = 4$, $y'(1) = 2$ を満たす特殊解を求めなさい。

(Find the particular solution of the following differential equation that satisfies the initial condition $y(1) = 4$ and $y'(1) = 2$)

$$x^2y'' - 20y = 0$$