埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程 機械科学専攻 機械科学PG
令和4年4月入学　第二次募集（2022年2月実施）　入試問題（必修問題）

1

(1) 次の関数の2階の偏微分$\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$と，$z = f(x, y)$の全微分を求めよ。(Answer the second derivative $\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ of the following function and the total derivative of $z = f(x, y)$.)

$$f(x, y) = x^2 e^{xy}$$

(2) 次の関数の極値を求めよ。
(Find the extremum of the following function.)

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 3x + y$$

(3) 曲面$z = 4 - x^2 - y^2$とxy平面に囲まれた立体の体積を重積分を用いて求めなさい。
(Find the volume of the solid surrounded by the curved surface $z = 4 - x^2 - y^2$ and the xy plane using multiple integrals.)

2

(1)　つぎの行列について考える．

Consider the following matrix **A**.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a)　**A** の固有値を全て求めなさい．

Find the all eigenvalues of matrix **A**.

b)　a)で求めた固有値λに対応する固有ベクトルをすべて求めなさい．すべての固有ベクトルの x 成分は1とする．

Find the all eigenvectors corresponding to the eigenvalues found in a) , when value of the all eigenvectors in x component is 1.

c)　行列 **A** について、ケーリー・ハミルトンの定理を利用して次の式を計算しなさい。

Regarding the matrix $\boldsymbol{A}$, calculate the following equation by utilizing the Cayley-Hamilton theorem.

$$A^4 - 7A^3 + 11A^2 + 8A$$

(2)　つぎの行列について考える．

Consider the following matrix **A**.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ をガウスジョルダン法を用いて求めなさい．

Find the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$ with Gauss-Jordan method.

3

以下の問いに答えなさい.

ただし，y は独立変数 x の関数であり，その導関数を $y' = \frac{dy}{dx}$ ，$y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ と表す.

(Solve the problems below. y is a function of the independent variable x. The first and second derivatives are denoted by $y' = \frac{dy}{dx}$ and $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ respectively.）

(1) 次の微分方程式について，一般解を求めなさい.
(Find the general solution of the following differential equations.)

a）$6xy - 3y^2 + (2xy - 3x^2)y' = 0$

b）$16y'' - 8y' + 5y = 10x^2 + 8x + 5$

c）$y' + 3y = e^{-x}$

(2) 次の微分方程式について，初期条件 $y(0) = 1, y'(0) = -\frac{8}{3}$ を満たす特殊解を求めなさい.
(Find the particular solution of the following differential equation that satisfies the initial condition $y(0) = 1, y'(0) = -\frac{8}{3}$)

$$y'' + 25y = 8\sin x$$