埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程 機械科学専攻 機械科学PG
令和6年4月入学　第一次募集（2023年8月実施）　入試問題（必修問題）

1

(1)　次の関数の極限を求めよ．(Find the limit of the following function.)

$$\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{2}{x}$$

(2)　次の関数を微分し，導関数dy/dxを求めよ．(Differentiate the following function and find the derivative dy/dx.)

$$y=(x^2+1)e^{-2x}$$

(3)　次の式で表される曲線 A について，直線 $y=10$との交点の座標，および直線 $y=10$とで囲われた図形の面積 S を求めよ．(Find the coordinate(s) of the intersection of curve A, expressed by the following equation with line $y=10$, and the areas S of the figures enclosed by curve A and line $y=10$.)

$$\text{曲線 A (Curve A)：}\quad y=4\sqrt{x}+\frac{2}{x}\quad (x>0)$$

2

(1)　つぎの行列 $\mathbf{A}$ について考える．

Consider the following matrix $\mathbf{A}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ a & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a)　$a = 2$ のとき，逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ をガウスジョルダン消去法によって求めなさい．

Find the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$ using Gauss-Jordan elimination when $a = 2$.

b)　$\mathbf{A}$ が逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ を持たないとき，a の値を求めなさい．

Find a when the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$ does not exist·

(2)　つぎの行列 $\mathbf{A}$ について考える．

Consider the following matrix $\mathbf{A}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -6 & -6 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

a)　$\mathbf{A}$ の固有値 λ_1, λ_2, λ_3 (但し $\lambda_1 \leqq \lambda_2 \leqq \lambda_3$)を全て求めなさい．

Find all the eigenvalues λ_1, λ_2, λ_3 ($\lambda_1 \leqq \lambda_2 \leqq \lambda_3$) of the matrix $\mathbf{A}$.

b)　$\mathbf{A}$ の固有ベクトル v_1, v_2, v_3 を全て求めなさい．

Find all the eigenvectors v_1, v_2, v_3 of the matrix $\mathbf{A}$.

3

以下の問いに答えなさい.

ただし，y は独立変数 x の関数であり，その導関数を $y' = \frac{dy}{dx}$ ，$y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ と表す.

(Solve the problems below. y is a function of the independent variable x. The first and second derivatives are denoted by $y' = \frac{dy}{dx}$ and $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$, respectively.)

(1) 式 $32x^3 + 27y^4 = 0$ は，次の微分方程式の解であることを示しなさい.
(Show that the equation $32x^3 + 27y^4 = 0$ is a solution to the following differential equation.)

$$y = 2xy' + y^2(y')^3$$

(2) ある曲線上の点 P$(x,\ y)$において法線を描いたときに，原点 O からこの法線に下ろした垂線の長さが P のy座標に等しかった．この曲線を表す方程式を求めなさい．ただし，原点より直線 $ax + by + c = 0$ へ下ろした垂線の長さは $\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ で与えられる.
(When a normal line is drawn at a point P on a curve, the length of a perpendicular line drawn from the origin O to the normal line is equal to the y-coordinate of P. Find the equation of this curve. The length of the perpendicular line from the origin O to the line $ax + by + c = 0$ is given by $\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.)

(3) 次の微分方程式について，一般解を求めなさい.
(Find the general solution of the following differential equations.)

a) $y'' - 2y' - 3y = x^2$

b) $x^2y'' = xy' + 1$　($x = e^t$と置換しなさい．(Substitute $x = e^t$))

（問題は次ページに続く）
(The question continues to the next page.)

(4) 微分方程式 $y'' + \omega^2 y = A \sin \Omega x$ について，次の場合における初期条件 $y(0) = 0$ ， $y'(0) = 0$ を満たす特殊解を求めなさい．ただし $A,\ \omega,\ \Omega$ は 0 でない定数である．

(Find the particular solution of the differential equation $y'' + \omega^2 y = A \sin \Omega x$ that satisfies the initial conditions $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$ in the following cases. However, constants $A,\ \omega$ and Ω are non-zero.)

a) $\omega \neq \Omega$

b) $\omega = \Omega$